哈爾濱工程大學

理学院

数值计算 B 课程设计

学　　号：

专　　业：

学生姓名：

任课教师：

2018 年 11 月

题目一：插值与龙格现象

在区间$[-1,1]$上对函数$f(x)=\dfrac{1}{1+25x^2}$，选取不同的插值节点构造插值多项式，比较他们的误差.

（1）取等距节点，$n=5,10,15,20$；

（2）取节点$x_k=\cos\dfrac{k\pi}{n},k=0,1,2,\cdots,n$分别取$n=5,10,15,20$能有什么样的结论.

题目二：最小二乘法

已知有如下数据：

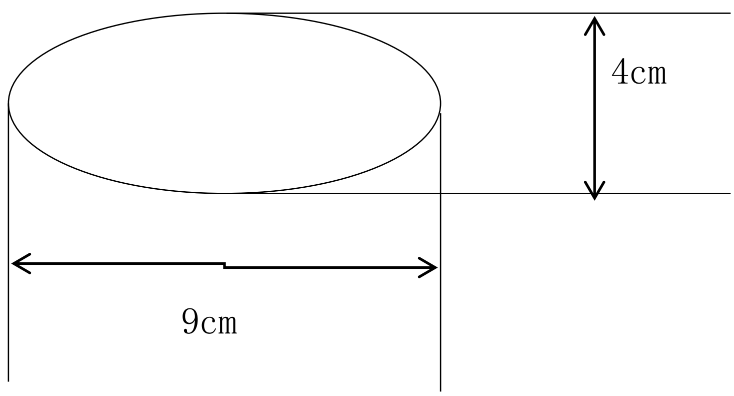
x	4	4.2	4.5	4.7	5.1	5.5	5.9	6.3	6.8	7.1
y	102.56	113.18	130.11	142.05	167.53	195.14	224.87	256.73	299.50	326.72

（1）分别构造一次、二次、三次最小二乘多项式，画图并计算绝对误差；

（2）构造形如$y=be^{ax}$和$y=bx^{a}$的最小二乘多项式，画图并计算绝对误差.

题目三：数值积分

在实际应用中经常应用到计算方法去求解一些不易测量的零件的周长或面积。已知一个椭圆形边框如下图所示，试用龙贝格算法求解这个边框的周长，要求结果精确到6位有效数字。



题目四：非线性方程求根

1224 年，Pisa 的 Leonardo，即著名的 Finonacci，当着皇帝 Frederick 二世的面回答了 Palermo 的 John 提出的一个挑战性问题：找出方程

$$x^3+2x^2+10x=20$$

的根，他首先证明该方程没有有理根，也没有 Euclide 无理根，既没有形如 $a\pm\sqrt{b},\sqrt{a}\pm\sqrt{b},\sqrt{a\pm\sqrt{b}},\sqrt{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}$ 的根，其中 a,b 为有理数，然后近似给出了一个根

$$1+22\frac{1}{60}+7\left(\frac{1}{60}\right)^2+42\left(\frac{1}{60}\right)^3+33\left(\frac{1}{60}\right)^4+4\left(\frac{1}{60}\right)^5+40\left(\frac{1}{60}\right)^6$$

分析该近似解的精度如何.

题目五：常微分方程数值求解

在传染病的传染理论中，一个比较初等的微分方程可用于预测在任何时刻人群中受传染的数量，只要做了适当的简化。特别的，假定在一个固定的人群中，所有的人具有同样的机会被感染，且一感染就保持这种状态。假设 $x(t)$ 表示在时刻 t 易受感染的人的数量，$y(t)$ 表示感染别人的人数。有理由假设感染别人的人数变化的速率与 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的乘积成正比，因为速率既取决于感染别人的人数也取决于那个时刻易感染的人数。如果人口多的足以假定 $x(t)$ 和 $y(t)$ 是连续的的变量，则问题表示为 $y'(t)=kx(t)y(t)$，其中 k 是常数，$x(t)+y(t)=m$，m 即为人口总数。这个方程就变为仅包含 $y(t)$：

$$y'(t)=k[m-y(t)]y(t)$$

问题：一个地区假定 $m=100\ 000, y(0)=1\ 000, k=2\times10^{-6}$，又假定时间用天来衡量，求 30 天结束是感染别人的人口数量的近似值.

大作业要求：

1. 使用统一封皮；
2. 上交大作业内容包含：
    一、 题目五个任选其中两个
    二、 数学原理
    三、 程序设计（必须对输入和输出变量进行说明；编程无语言要求，但程序要求通过）
    四、 结果分析和讨论
    五、 完成题目的体会与收获
3. 提交大作业的时间：11 周周五收齐交给任课老师
4. 提交方式：打印版一份；或手写大作业，但必须使用 A4 纸。
5. 撰写的程序需打印出来作为附录。